6. オークション理論

オークション（競売）とは、販売できる数量が限定されている場合、誰にいくらでその財を販売するかの決定メカニズムである。さらに、参加者間で誰が落札できるのか、ライバルの反応行動を予測しながら行動することになる。その際、ポイントになるのが、ライバルがどの程度その財を欲しい（どのくらい利得が得られる）と思っているのかである。

オークションの代表的なものに、①シールドビッド・ファーストプライス・オークションと②シールドビッド・セカンドプライス・オークションがある。

⑴ シールドビッド・オークション

シールドビッド・オークションとは、一番高い価格を提示した者が落札者になるというものである。また、このシールドビッド・オークションとは競り値が最後まで公開されない形式のオークションである。

しかし、その際に**支払うべき金額**により、次の２つのオークションがある。

① **シールドビッド・ファーストプライス・オークション**

落札者が支払う金額は、自分が提示した一番高い価格を支払うオークション（一般的にいう競売入札である）をいう。

② **シールドビッド・セカンドプライス・オークション**

二番目に高く提示された価格を、一番高い価格を提示した人（落札者）が支払うオークションをいう。このオークションは一見、売り手にとって損に見えるがそうではない。ルールが違えば同じ人でも同じ入札価格を書くとは限らないからです。

そこで、先ず、シールドビッド・オークション（競売入札価格情報が明らかにされていない）ではなく、買い手の入札価格情報が完全な場合とそうでない場合を説明してから、シールドビッド・オークションを取り上げる。

⑵ 情報が完全である場合

売り手が買い手の競売品の価値(入札価格)を知っている場合を考える。

買い手が二人（１、２）しかいない場合を想定する。売り手は、買い手１の入札価格V_1＝８千円、買い手２の入札価格V_2＝６千円を知っているとする。

この時、売り手は価格が８千円以上だと誰も買わないので、その時の需要はゼロになる。V_1とV_2の間であると買い手１だけが買うので需要は１個となり、それ以下になると需要は２個になる。

仮に、$V_1 > V_2$であると買い手１はV_1で落札することになる。売り手にとって競売品の価値がないものとすると、売り手と買い手１の取引で生じる余剰V_1（$=V_1-0$）は全て売り手に帰属することになる。

> 売り手が買い手の需要を完全い知っていて、自由に価格を付けることができるとすると
>
> ①　**取引価格$P=\mathrm{Max}(V_1, V_2)$**
>
> ②　**売り手の余剰$S=\mathrm{Max}(V_1, V_2)$**
>
> となる。

⑶ 情報が不完全である場合

次に、売り手は買い手の競売品の価格（入札価格）の情報を知らず、買い手同士も相手の競売品の価値（入札価格）の情報を知らない場合を想定する。

① **買い手１**

買い手１は商品価格Ｐ円が自分が払ってもよいと思う最高額V_1を超えなければ競売に参加し続ける。買い手２の価額が低いため降りた場合には、買い手１の利得は、V_1-P円ということになる。

> ＊　競売参加条件 -------- $V_1 > P$
>
> ＊　買い手１の利得 ------ 利得$=V_1-P$

つまり、買い手２がどのような価格戦略をとっても、買い手１の戦略は「$V_1 > P$」を満たす限り競売に参加し続ける戦略がとれる。これを、**支配戦略**という。

② **買い手２**

買い手２も買い手１と同様に**支配戦略**がとられる。

> ＊　競売参加条件 -------- $V_2 > P$
>
> ＊　買い手２の利得 ------ 利得$=V_2-P$

③　**この競売の均衡**

V_1とV_2のうち低い方に価格Ｐが等しくなった瞬間に、その人が降りて競売は終了する。

よって、価格Ｐは評価額の低い方と等しくなる。

$$P = \mathrm{Min}(V_1、V_2)$$

さらに、評価額が高い人が落札者になる。また、この取引による総余剰は

余剰Ｓ＝Ｍａｘ（V_1、V_2）

となる。

しかし、その総余剰は、次のように売り手と買い手に分配される。

売り手の余剰S_s＝Ｐ＝Ｍｉｎ（V_1、V_2）
買い手の余剰S_b＝評価額－価格
＝Ｍａｘ（V_1、V_2）－Ｍｉｎ（V_1、V_2）

次に、セカンドプライス・オークションとファーストプライス・オークションについて説明する。

(4)　セカンドプライス・オークション

買い手１は、自分の評価額がV_1円の時、いくらで入札価格を提示するかを考える。

買い手１が支払う金額は買い手２の入札価格である。つまり、買い手１は自己の評価額V_1よりも買い手２の入札価格が低い場合に限られる。

①　V_1＞買い手２の入札価格

この場合は、「V_1－買い手２の入札価格」が利得となる。

②　V_1＜買い手２の入札価格

この場合は、買い手１が落札するには買い手２の入札価格よりも高い入札価格を提示する必要がある。落札したとしても自分の入札価格が自己の評価額V_1より高いので損失を被ることになる。

つまり、買い手１は自己の入札価格に依存するのではなく、買い手２の入札価格が買い手１の自己評価額V_1より低い時に限られるので、相手の戦略にかかわらず、**自己の入札価格**を**真の評価額V_1**にすることである。つまり、**支配戦略**となる。

このことは、買い手２についても言えるので、**支配戦略**が**ナッシュ均衡**となる。

この場合の余剰は、次のとおりである。

余剰総額Ｓ＝Ｍａｘ（V_1、V_2）
売り手の余剰S_s＝Ｍｉｎ（V_1、V_2）
買い手の余剰S_b＝Ｍａｘ（V_1、V_2）－Ｍｉｎ（V_1、V_2）

(5)　ファーストプライス・オークション

結論的には、競売やセカンドプライス・オークションと異なり、各買い手にとって支配戦略はないということである。

つまり、相手の入札価格が異なれば、自分が落札するには、常に相手の入札価格を上回る入札価格を提示しなければならないということである。

買い手１が落札するには、買い手２の入札価格P_2を上回る価格を入札価格P_1にすることである。それは大きく上回らなくても少し上回れば良いだけである。そこで、買い手１の入札価格P_1は買い手２の入札価格P_2に依存することになる。更に、買い手２の入札価格P_2は自分の評価額V_2に依存することである。

買い手２は入札価格P_2を自分の評価額V_2にすると、たとえ落札できたとしても儲けは無いから、入札価格P_2は自分の評価額V_2を少しでも下回る価格にすることである。そこで、どのくらい割引いて入札してくるかを考えることになる。この割引率をａとすると、入札価格は$a \cdot V_2$となる。この入札価格P_2を想定して、買い手１は自分の入札価格P_1を考えることになる。

①　買い手２が入札する入札価格P_2

$$P_2 = a \cdot V_2$$

②　買い手１が入札できる入札価格P_1の条件

$$P_1 > P_2$$

$$\therefore \quad P_1 > a \cdot V_2$$

次に、買い手１が入札可能となる確率を考える。

つまり、買い手１が入札できるのは、買い手２の入札価格が P_1円を下回るとき、すなわち、$P_1 > a \cdot V_2$で$P_1 / a > V_2$となり、V_2がP_1 / a以下となる確率である。

買い手２の評価額V_2は０から１までの一様分布（注）と仮定されているので、V_2がP_1 / a以下となる確率はP_1 / aとなる。仮に、入札できれば利得は「$V_1 - P_1$」となり、入札できなければ「０」になる。よって、買い手１の期待利得$\mu(G_1)$は、

$$\text{期待利得}\,\mu(G_1) = \frac{P_1}{a} \cdot (V_1 - P_1) + \left(1 - \frac{P_1}{a}\right) \cdot 0$$

$$= \frac{P_1}{a} \cdot (V_1 - P_1)$$

$$= (-)\ \frac{1}{a}\ P_1^2 + \frac{1}{a}\ V_1 \cdot P_1$$

となる。この期待利得$\mu(G_1)$が最大になるP_1を求めればよい。

よって、この期待利得式（凹型関数である）を価格P_1で微分し、微分係数（接線の傾き）がゼロのときのP_1が買い手１の最大利得となる。

$$\mu(G_1) = (-)\ \frac{1}{a}\ P_1^2 + \frac{1}{a}\ V_1 \cdot P_1$$

$$\frac{d\mu(G_1)}{dP_1} = (-)\ 2 \cdot \frac{1}{a}\ P_1 + \frac{1}{a}\ V_1 = 0$$

$$2 \cdot \frac{1}{a}\ P_1 = \frac{1}{a}\ V_1$$

最大利得の入札価格┈┈┈┈ $\boldsymbol{P_1 = \frac{1}{2} V_1}$

これは、買い手２においても同様である。

よって、それぞれの買い手ｉの戦略が

評価額V_i円ならば、入札価格を $\frac{1}{2}V_i$になる。

状況であれば、ナッシュ均衡になっているということである。