［満期時］

満期時には、手仕舞をすることになる。

現物ショートS_T＋（－）｛Max（S_T－K、0）－C｝

＋資金の返済＋｛Max（K－S_T、0）－P｝＝0

∴　（98.00＋（－）1.50＋P）・（1＋r）＝K

ここで、r＝0.01、K＝99.00を代入してPを求める。

$$P = \frac{99.00}{(1+0.01)} - 98.00 + 1.50 = 1.519 \fallingdotseq \underline{1.52（円）}$$

問題 No.31　ＦＲＡとスワップ取引（H21年・午前－第３問）

問１

<u>90.51</u> 円／米ドル

95.00×0.907／0.952＝<u>90.51</u>

問２

キャッシュ・フローLは、１年割引債を額面１米ドル購入し２年割引債を額面１米ドル売却（１年後にその時点でのLによって運用）することによって、実現することができる。

一方、F米ドルの支払いは、額面F米ドルの２年割引債の売却と同等である。したがって合計で、１年割引債を額面１米ドル購入し、２年割引債を額面（１＋F）米ドル売却すれば良いことになる。

なお、このFを図表１の条件から実際に計算すると、（１＋F）×0.907＝0.962より、

F＝0.060639＝6.06%を得るので、２年割引債を額面1.0606米ドルの売却、もしくは（現在価値で）0.962米ドルの売却、も正答とした。

問３

年	受取り（円）	支払い（円）
1	１年円LIBOR	F
2	１年円LIBOR	F
3	１年円LIBOR	F

問４

（答）：固定金利は、<u>2.986%</u>である。

［計算過程］

変動金利の現在価値＝固定金利の現在価値

$$1 - 1/(1+{}_0r_3)^3 = F\cdot\{1/(1+{}_0r_1) + 1/(1+{}_0r_2)^2 + 1/(1+{}_0r_3)^3\}$$

$$\therefore\quad F = \frac{1-0.915}{(0.980+0.952+0.915)} = 0.029855 = \underline{2.986\%}$$

問５

（答）：固定金利は、1.172%である。

［計算過程］

ＰＶ（米ドル・円ベース）＝ＰＶ（円ベース）

①　ＰＶ（米ドル・円ベース）＝（１／95.00）ドル・95.00（円／ドル）・
{0.04・(0.962＋0.907＋0.840)＋１・0.840}＝0.94836

②　ＰＶ（円ベース）＝１円・{Ｆ・(0.980＋0.952＋0.915)＋0.915}＝2.847Ｆ＋0.915

∴　Ｆ＝（0.94836－0.915）／2.847＝0.011717＝1.172%

【解　説】

問１

２年物円ドル為替先渡取引レートを金利平価説（金利パリティ＝無裁定の成立）により求める問題である。金利平価説による先渡為替レートＦと直物為替レートＥは、次式として定義される。

ただし、$R_{日}$ は日本の金利、$R_{米}$ は米国の金利、Ｔは残存期間である。

$$\frac{F}{E}=\frac{(1+R_{日})^{T}}{(1+R_{米})^{T}}$$

$$\therefore\quad F=\frac{(1+R_{日})^{T}}{(1+R_{米})^{T}}\cdot E$$

よって、先渡為替レートＦは、上記式より求めればよい。

①　$(1+R_{日})^{T}$を求める。Ｔは２年である。

$$0.952=\frac{1}{(1+R_{日})^{2}}\quad\Rightarrow\quad(1+R_{日})^{2}=1／0.952$$

②　$(1+R_{米})^{T}$を求める。Ｔは２年である。

$$0.907=\frac{1}{(1+R_{米})^{2}}\quad\Rightarrow\quad(1+R_{米})^{2}=1／0.907$$

③　よって、先渡為替レートＦは、次のとおりである。

$$F=\frac{(1／0.952)}{(1／0.907)}\cdot 95.00=(0.907\times 95.00)／0.952=90.509=\underline{90.51円}$$

問２

１年後開始、期間１年の米ドルＦＲＡ（先渡金利）と同じキャッシュフローを実現するため、どのような取引をするかという問いである。

ここでの、ＦＲＡとは、①１年後時点における期間１年の変動金利（Ｌ（米ドル））の受取りと、②現在時点で確定した固定金利（Ｆ（米ドル））の支払いを２年後に交換する取引である。

⑴　そこで、①１年後時点における期間１年の変動金利（Ｌ（米ドル））の受取りを考える。

１年後に期間１年の変動金利を受取るのであるから、１年割引債を額面0.962米ドル分を

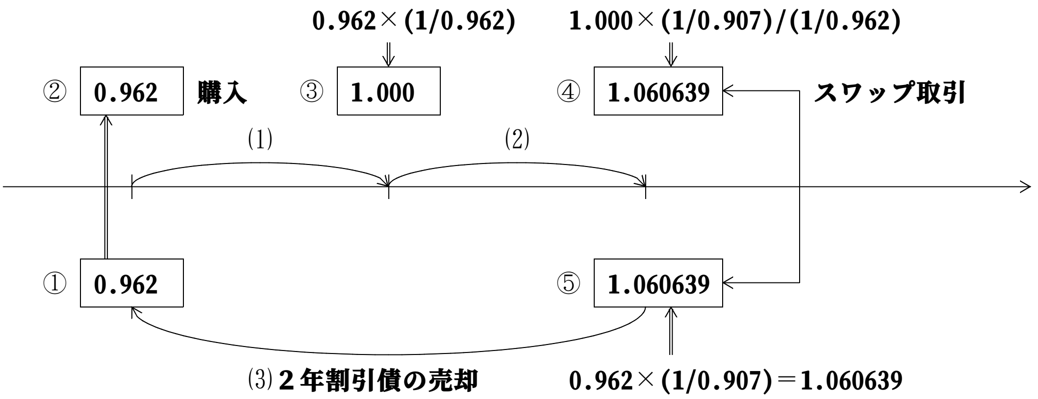
購入すると１年後に期間１年の変動金利、つまり、１年物スポット・レートを受取ることができる。購入資金は２年割引債を売却した代金で購入することになる。

よって、２年割引債の購入額は、0.962（米ドル）分ということになる。

⑵　１年後に受取った元利合計（1,000＝１米ドル）を期間１年の割引債に再投資する。この期間１年物は、取引開始時の米ドル２年物割引債である。つまり、２年後に、１年後から２年後の１年間の変動金利（フォワード・レート）を受取ることになる。

⑶　２年割引債をパー・レートで売却することは、パー・レートそのものが固定金利の支払いということになる。よって、パー・レートの２年割引債を0.962（米ドル）分売却し、２年後に固定金利（１年間）を支払うことになる。

以上を図解すると次のようになる。

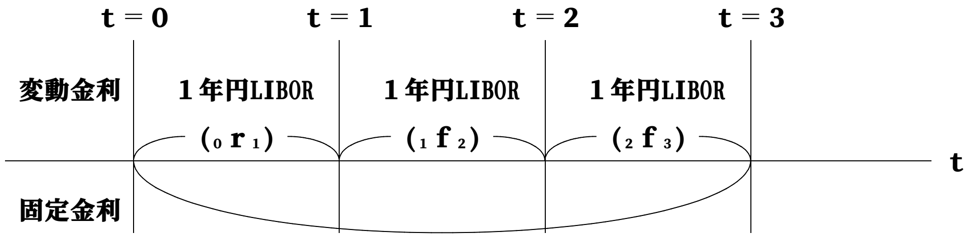


また、キャッシュフローは下表のようになる。

投資行動	キャッシュフロー		
	t＝0	t＝1	t＝2
⑴　ＦＲＡを元本0.962米ドル分１年割引債を購入。	②（－）0.962	③（＋）1.000	
⑵　⑴の１年後の満期日に、１年割引債を購入		③（－）1.000	④（＋）1.0606
⑶　２年割引債を0.962米ドル分売却する。	①（＋）0.962		⑤（－）1.0606
キャッシュフローの合計	±０	±０	±０

問３

円金利スワップ取引（１年円LIBORの受取りと固定金利Ｆの支払い）のキャッシュフローの交換は、次のとおりとなる。



３年物のパー・レートがスワップ・レート（Ｆ）になる。

問４

スワップ・レートは、パー・レートの固定利付債の利回り（クーポン・レート）である。次式よりスワップ・レート r_{sw}（固定クーポン・レートｃ）を求めることができる。

$$100 = \frac{cF}{(1+{}_0r_1)} + \frac{cF}{(1+{}_0r_2)^2} + \cdots + \frac{cF}{(1+{}_0r_n)^n} + \frac{F}{(1+{}_0r_n)^n}$$

Ｆ（額面）＝100円であるから、次式として展開できる。なお、ＤＦ（ｎ）をｎ年物のディスカウント・ファクターとする。

$$100 - \frac{100}{(1+{}_0r_n)^n} = \left\{ \frac{c}{(1+{}_0r_1)} + \frac{c}{(1+{}_0r_2)^2} + \cdots + \frac{c}{(1+{}_0r_n)^n} \right\} \cdot 100$$

$$1 - \frac{1}{(1+{}_0r_n)^n} = c \cdot \left\{ \frac{1}{(1+{}_0r_1)} + \frac{1}{(1+{}_0r_2)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+{}_0r_n)^n} \right\}$$

変動金利の現在価値＝固定金利の現在価値

よって、スワップ・レート $r_{sw}=c$ は、次式となる。

$$r_{sw} = \frac{1 - DF(n)}{DF(1) + DF(2) + \cdots + DF(n)} = \frac{1 - DF(n)}{\Sigma DF_t}$$

$$= \frac{1 - 0.915}{0.980 + 0.952 + 0.915}$$

$$= 0.029855 = \underline{2.986\%}$$

また、各年の変動金利の現在価値ＰＶ（υ）は、次式より求めることができる。

$$PV(\upsilon) = \frac{{}_0r_1}{(1+{}_0r_1)} + \frac{{}_1f_2}{(1+{}_0r_2)^2} + \cdots + \frac{{}_{n-1}f_n}{(1+{}_0r_n)^2}$$

$$= \frac{{}_0r_1}{(1+{}_0r_1)} + \frac{{}_1f_2}{(1+{}_0r_2)^2} + \frac{{}_2f_3}{(1+{}_0r_3)^3}$$

- ${}_0r_1 = (1+{}_0r_1) - 1 = (1/0.980) - 1$
- ${}_1f_2 = \dfrac{(1+{}_0r_2)^2}{(1+{}_0r_1)} - 1 = \dfrac{(1/0.952)}{(1/0.980)} - 1 = (0.980/0.952) - 1$
- ${}_2f_3 = \dfrac{(1+{}_0r_3)^3}{(1+{}_0r_2)^2} - 1 = \dfrac{(1/0.915)}{(1/0.952)} - 1 = (0.952/0.915) - 1$

よって、ＰＶ（変動金利）は次のようになる。

$$PV(v)=[(1/0.980)-1]\cdot 0.980+[(0.980/0.952)-1]\cdot 0.952+[(0.952/0.915)-1]\cdot 0.915$$
$$=(1-0.980)+(0.980-0.952)+(0.952-0.915)$$
$$=0.02+0.028+0.037=\underline{0.085}$$

さらに、固定金利の現在価値ＰＶ（Ｆ）は次のようになる。

$$PV(F)=r_{sw}\cdot[DF(1)+DF(2)+DF(3)]$$
$$=0.02986\cdot(0.980+0.952+0.915)=\underline{0.0850}$$

問５

①　米ドルベースの元本１ドルの現在価値ＰＶ（ＣＦ、米ドル）を考える。ここでのスポット・レートは米国金利である。

$$PV(\text{米ドルベース})=\frac{R_{米}}{(1+{}_0r_1)}+\frac{R_{米}}{(1+{}_0r_2)^2}+\frac{R_{米}}{(1+{}_0r_3)^3}+\frac{\text{元本}}{(1+{}_0r_3)^3}$$
$$=R_{米}\cdot(1/(1+{}_0r_1)+1/(1+{}_0r_2)^2+1/(1+{}_0r_3)^3)+\text{元本}/(1+{}_0r_3)^3$$
$$=0.04\cdot(0.962+0.907+0.840)+1\cdot 0.840$$
$$=0.94836$$

②　日本円ベースの元本１円の現在価値ＰＶ（ＣＦ、円）を計算する。スワップ・レート（固定金利）をＦとする。

$$PV(\text{円ベース})=F\cdot[1/(1+{}_0r_1)+1/(1+{}_0r_2)^2+1/(1+{}_0r_3)^3]+1/(1{}_0r_3)^3$$
$$=F\cdot(0.980+0.952+0.915)+0.915$$
$$=2.847\cdot F+0.915$$

③　現在時点の為替レートを95.00円／米ドルとして、円ベースと米ドルベースが等価になる固定金利Ｆを求めればよい。

１円・（2.847・Ｆ＋0.915）＝（１／95.00）ドル・95.00（円／ドル）・0.94836

$$\therefore\quad F=(0.94836-0.915)/2.847$$
$$=0.011717=\underline{1.172\%}$$