

試験に出る公式(12)

【34】 資産価値の効用

$$\text{確実な資産価値の効用} = U(\bar{X}) = U[E(\bar{X})]$$

$$\begin{aligned} \text{不確実な資産価値の期待効用} &= E[U(\bar{X})] \\ &= \sum p_i \cdot U(X_i) \end{aligned}$$

【35】 投資家の選好態様と効用関数

投資家	効用の大小	リスクプレミアム	関数の形状
リスク回避者	$U[E(\bar{X})] > E[U(\bar{X})]$	正	凹関数
リスク愛好者	$U[E(\bar{X})] < E[U(\bar{X})]$	負	凸関数
リスク中立者	$U[E(\bar{X})] = E[U(\bar{X})]$	ゼロ	直線

【36】 確実性等価額とリスク・ディスカウント額

効用関数の次式を満たす \bar{X} が確実性等価額である。

$$\begin{aligned} E[U(\bar{X})] &= \text{効用関数} \\ &= U(\bar{X}) \quad \text{2次関数} \\ &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{リスク・ディスカウント額} &= \text{確実な資産額} - \text{確実性等価額} \\ &= \bar{X} - U(\bar{X}) \end{aligned}$$

【37】 リスク回避者と確実性等価額等

リスク回避者ほど期待効用 $E[U(\bar{X})]$ が大きい。

リスク回避者ほどリスク・プレミアム、リスク・ディスカウント額は大きい。

リスク回避者ほど、効用関数(凹型)の曲率度(たわみ)は大きくなる。

問題 No.55 投資家の選好と効用関数

次の各問に答えなさい。

- 問1 投資家の選好に関する次の記述のうち、正しくないものはどれですか。
- A リスク回避型の投資家の場合には、横軸に消費量、縦軸に単位の財の消費から得られる効用 $u(\bar{X})$ を取った図において効用関数は凸関数の形状をしている。
- B リスク回避型の投資家の場合、確率くじの賞金の期待値 $E(\bar{X})$ を確実にもらえるとき効用 $u[E(\bar{X})]$ の方が、確率くじ \bar{X} から得られる期待効用 $E[u(\bar{X})]$ よりも必ず大きくなる。
- C 効用の数値を個人間で比較することには意味がなく、リスク回避度、確実性等価額、およびリスク・ディスカウント額の大きさが個人間のリスク選好を比較するための客観的な指標になる。
- D 資産リターン確率分布が正規分布であるならば、リスク回避型の投資家の効用関数がどのような関数であっても、平均・分散アプローチと期待効用理論は整合的である。
- 問2 ある投資家にとって、確率50%で100円、確率50%で10円もらえるくじの確実性等価額は60円である。この投資家のリスクに対する態度として、正しいものはどれですか。
- A リスク回避型
B リスク中立型
C リスク追求型
D A、B、Cのいずれでもない

問3 投資家の選好に関する次の記述のうち、正しいものはどれですか。

- A 保有する資産が大きくなるほど追加的に得られる1円の嬉しさが小さくなるならば、リスク回避的と言える。
- B 宝くじやギャンブルは、リスク回避的効用関数を考えることによって説明ができる。
- C リスク回避度が大きくなるにつれ、リスクに対するディスカウント額は小さくなる。
- D 効用の数値は、個人間でリスク選好を比較するための客観的な指標となる。

問4 ポートフォリオ理論で前提とする投資家の効用関数に関する次の記述のうち、正しくないものはどれですか。

- A 保有する貨幣額が大きいかほど効用は大きくなる。
- B リスク回避的な投資家の効用関数は、凸関数である。
- C リスク中立的な投資家の効用関数は、直線である。
- D 投資家のリスク回避度が大きいほど、確率くじのリスク・ディスカウント額は大きくなる。

問5 投資家の選好に関する次の記述のうち、正しくないものはどれですか。

- A 投資家がリスク回避型であるとき、投資家の得る効用を資産価値の関数として表した効用関数は凸関数である。
- B リスク回避度の高い投資家の効用関数の曲率は、リスク回避度の低い投資家の効用関数の曲率よりも大きい。
- C 投資家がリスク回避型であるとき、確実性等価額はリスク資産の価値の期待値よりも小さい。
- D 効用関数の一次変換によって確実性等価額は左右されない。

問題 No.55

【解答及び解説】

(答) : 問1 A 問2 C 問3 A 問4 B 問5 A

《解説》

問1 投資家のリスク対応と効用関数の関係を示すと以下ようになる。

$U[E(\cdot)]$ は同じ期待値を持つ確実な資産価値の効用、 $E[U(\cdot)]$ は不確実な資産価値の期待効用を示す。

関数の形状は下方に見て凸凹の判断をする。

投資家	効用の大小	リスクプレミアム	関数の形状
リスク回避者	$U[E(\cdot)] > E[U(\cdot)]$	正	凹関数
リスク愛好者	$U[E(\cdot)] < E[U(\cdot)]$	負	凸関数
リスク中立者	$U[E(\cdot)] = E[U(\cdot)]$	ゼロ	直線

A : リスク回避型の投資家の場合、関数の形状は(下に見て)凹関数である。本肢は誤り。

問2 このくじの確実に得ることができる期待価値額 $E(\cdot)$ は次式で求めることができる。

$$\begin{aligned} E(\cdot) &= p_i \cdot i \\ &= 0.5 \times 100 + 0.5 \times 10 \\ &= 55 \text{円} \end{aligned}$$

確実性等価額が60円だから、

確実な(期待)資産価値額 $E(\cdot) <$ 確実性等価額

となる。このような投資家はリスク追求型(愛好的)である(問1の解説)。

よって、本問の正解肢は(C)である。

問3 A : 保有する資産が大きくなるほど追加的に得られる1円の嬉しさが小さくなるならば(限界効用逓減の法則)、効用関数は下に見て凹型になっている。これはリスク回避的な投資家の効用関数である。本肢は正しい。

B： リスク愛好的な投資家は、確実な投資計画の効用よりも不確実な投資計画の効用が大きい。宝くじやギャンブルはリスク回避的効用関数ではなく、リスク愛好的な効用関数で説明できる。本肢は誤り。

C： リスク回避度が大きくなると、リスクに対するディスカウント額は大きくなる。本肢は誤り。

D： 効用関数で投資家のリスク選好の度合いを測ることができるが、それぞれの効用関数は投資家ごとの主観的な関数である。本肢は誤り。

よって、本問の正解肢は（A）である。

問4 A： 保有する金額が大きいくほど、効用は大きくなる。本肢は正しい。

B： リスク回避的な投資家の効用関数は凹関数。凸関数の効用関数はリスク追求型の効用関数。本肢は誤り。

C： 本肢は正しい。

D： ある確率の下で、不確実な資産額が与えられたとき、その期待効用と同じ効用を生む確実な資産額を「確実性等価額」という。

不確実性下の期待資産価値額 $E(\tilde{V})$ と確実性下の資産価値額（確実性等価額 \bar{V} ）との差額をリスク・ディスカウント額という。

$$\text{リスク・ディスカウント額} = E(\tilde{V}) - \bar{V}$$

投資家のリスク回避度が大きいくほど、リスク資産である確率くじほど確実な資産価値としての価値は低く評価されるので、リスク・ディスカウント額は大きい。本肢は正しい。

よって、本問の正解肢は（B）である。

問5 A： リスク回避型の投資家の場合、資産価値に対する効用関数は凹関数（下に見て凹）の形状になる。本肢は誤り。

B： リスク回避度の高い投資家ほどリスク・ディスカウント額が大きいくため効用関数の曲率（たわみ）は大きくなる。本肢は正しい。

C： 本肢は正しい。

D： 確実性等価額は、効用関数のある一点に決まるので、一次変換によって変わるものではない。本肢は正しい。

よって、本問の正解肢は（A）である。