試験に出る公式(2)

【９】　利回り（スポット・レート、フォワード・レート）Ｒの表記

①　${}_{n}R_{n+t}$

運用年数（ｔ年物）

利回りのスタート年（ｎ）

②　${}_{n}R_{(n+t)}$

この期間の差が運用年数

(1)　５年物（ｔ＝５）スポット・レートの表記、スポット・レートのスタート時点は現在時点である（ｎ＝０）。

$${}_{n}r_{n+t}={}_{0}r_{0+5}={}_{0}r_{5}$$

(2)　フォワード・レートの表記

①　ｔ－１年後スタートの１年物フォワード・レートの表記

［ｔ＝1］：${}_{n}f_{n+t}={}_{(t-1)}f_{(t-1)+1}={}_{1-1}f_{(1-1)+1}={}_{0}f_{1}$

［ｔ＝3］：${}_{n}f_{n+t}={}_{(t-1)}f_{(t-1)+1}={}_{3-1}f_{(3-1)+1}={}_{2}f_{3}$

②　１年後スタートのｔ年物フォワード・レートの表記

［ｔ＝1］：${}_{n}f_{n+t}={}_{1}f_{1+1}={}_{1}f_{2}$

［ｔ＝3］：${}_{n}f_{n+t}={}_{1}f_{1+3}={}_{1}f_{4}$

【10】　スポット・レートとフォワード・レート

①　スポット・レート：${}_{0}r_{n}=(F/P_{0})^{1/n}-1$

②　フォワード・レート：${}_{m}f_{n}=(C_{n}/C_{m})^{1/(n-m)}-1$

（ただし、ｎ＞m）

③　${}_{0}r_{n}$と${}_{n-1}f_{n}$との関係

$${}_{0}r_{n}=\{(1+{}_{0}r_{1})\cdot(1+{}_{1}f_{2})\cdot(1+{}_{2}f_{3})\cdot\cdots\cdots\cdot(1+{}_{n-1}f_{n})\}^{1/n}-1$$

④　試験問題の解き方

$$\boxed{n\cdot{}_{0}r_{n}={}_{0}r_{1}+{}_{1}f_{2}+{}_{2}f_{3}+\cdots\cdots+{}_{n-1}f_{n}}$$

【11】　スポット・イールド・カーブと所有期間利回りＲ$_{H}$

①　現在のスポット・レートが１年後でも全く同じ場合

$$1\text{年間の}R_{H}=\frac{(1+{}_{0}r_{t})^{t}}{(1+{}_{0}r_{t-1})^{t-1}}-1={}_{t-1}f_{t}$$

②　現在のスポット・レートが１年後に予想どおり実現する場合

$$1\text{年間の}R_{H}=\frac{(1+{}_{0}r_{t})^{t}}{(1+{}_{1}r_{t})^{t-1}}-1={}_{0}r_{1}$$

【12】　利回りの期間構造理論

①　純粋期待仮説：${}_{n-1}f_{n}=E({}_{n-1}r_{n})$

②　流動性プレミアム仮説：

${}_{n-1}f_{n}=E({}_{n-1}r_{n})+$流動性プレミアム$\alpha_{n}$

③　市場分断仮説：残存年数の違いによるスポット・レートの違いを説明することはできない。

【13】　パーイールドの利付債の利回り（ｃ）

$$c=\frac{(1-DF_{n})}{(DF_{1}+DF_{2}+\cdots\cdots+DF_{n})}=\frac{(1-DF_{n})}{\Sigma DF_{t}}$$

なお、ＤＦ$_{t}$はｔ年物スポット・レートのディスカウント・ファクターである。

問題 No.15　パー・イールドとスポット・レート(2)

債券分析に関する次の文章を読み、以下の各問に答えなさい。答は小数第３位四捨五入すること。

現在、国債市場から推計された金利は図表１のとおりである。金利はすべて１年複利で、利付債のクーポンは年１回払い、現在は利払い直後である。

図表１　国債市場から推計された金利　（額面はいずれも100円）

期間ｔ	ｔ年のスポットレート	ｔ－１年後スタートの１年物フォワードレート	残存ｔ年の割引国債の価格	パーイールドの利付債の利回り	１年後スタートのｔ年物のフォワードレート
１年	2.50%	2.50%	97.56円	2.50%	3.50%
2	3.00	3.50	（ａ）	2.99	3.85
3	3.40	4.20	90.46	（ｂ）	4.10
4	3.70	（ｃ）	86.47	3.67	4.38
5	（ｄ）	5.21	—	—	—

問１　残存２年、額面100円の割引国債の価格（ａ）はいくらですか。

問２　３年物のパーイールド利付債の利回り（ｂ）は何%ですか。

問３　今から３年後スタートの１年物フォワードレート（ｃ）は何%ですか。

問４　５年のスポットレート（ｄ）は何%ですか。

問５　１年後のスポットレート・カーブが現在のスポットレート・カーブから予想されるとおりに（図表１の１年後スタートのｔ年物フォワードレートのように）なったとしたとき、いま残存３年の割引国債に投資した場合の１年間の所有期間利回りは何%になりますか。

問題 No.15　【解答及び解説】

（答）：問１　**94.26**円　　問２　**3.38**%　　問３　**4.61**%
　　問４　**4.00**%　　問５　**2.50**%

《解　説》

問１　残存２年の割引債の価格は、次式より求める。

$$P_0 = \frac{F}{(1+{}_0r_2)^2} = \frac{100}{(1+0.03)^2} = \underline{\mathbf{94.259}\text{円}}$$

問２　パーイールドの利付債の利回りとは、債券の現在価格が額面100円に等しい時の複利最終利回りをいう。よって、現在価格が100円になるパー・レートとクーポン・レートが等しくなるので、**パー・レートの利付債の利回りを求めるとはクーポン・レートを求めることである。**本問の３年物利付債のパー債券（100円）の式は、次のとおりである。なお、クーポン・レートをｃとする。

$$\cancel{100} = \frac{c\cdot\cancel{100}}{(1+{}_0r_1)} + \frac{c\cdot\cancel{100}}{(1+{}_0r_2)^2} + \frac{c\cdot\cancel{100}}{(1+{}_0r_3)^3} + \frac{\cancel{100}}{(1+{}_0r_3)^3}$$

$$c = \frac{1-1/(1+{}_0r_3)^3}{1/(1+{}_0r_1)+1/(1+{}_0r_2)^2+(1+{}_0r_3)^3} = \frac{1-DF_n}{\Sigma DF_t}$$

よって、上記式に各スポット・レートを代入してクーポン・レートｃを求めればよい。

$$\therefore\quad c = \frac{1-1/1.034^3}{(1/1.025+1/1.03^2+1/1.034^3)} = \frac{0.095437}{2.822767} = 0.03380 \quad \underline{\mathbf{3.38}\%}$$

問３　スポット・レートとフォワード・レートとの関係式より３年後スタートの１年物フォワード・レート${}_3f_4$＝（c）を求めればよい。

$$(1+{}_0r_4)^4=(1+{}_0r_3)^3\cdot(1+{}_3f_4)$$

$$\therefore\quad {}_3f_4=\frac{(1+{}_0r_4)^4}{(1+{}_0r_3)^3}-1=\frac{(1+0.037)^4}{(1+0.034)^3}-1$$

$$=0.04605\quad \underline{\mathbf{4.61}\%}$$

問４　問３と同様に、スポット・レートとフォワード・レートの関係式より求めればよい。

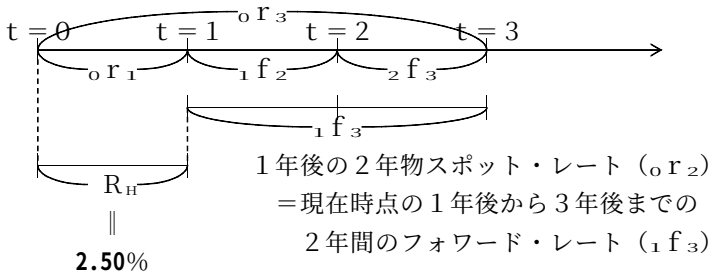
$$(1+{}_0r_5)^5=(1+{}_0r_4)^4\cdot(1+{}_4f_5)$$

$${}_0r_5=\{(1+0.0370)^4\cdot(1+0.0521)\}^{1/5}-1$$

$$=0.04000\quad \underline{\mathbf{4.00}\%}$$

問５　１年後のスポット・レートが現在から予想されるスポット・レートのとおりになる。よって、今、残存３年の割引国債に投資する場合の３年物スポット・レートは3.40%、１年後における残存２年のスポット・レートは、現在時点では１年後２年間のフォワード・レート${}_1f_3$となる。

よって、１年間の所有期間利回りR_Hは、下図のスポット・レート${}_0r_1$ということになる。



計算では、次のように求める。

$$(1+{}_0r_3)^3=(1+{}_0r_1)\cdot(1+{}_1f_3)^2$$

$${}_0r_1=\frac{(1+{}_0r_3)^3}{(1+{}_1f_3)^2}-1$$

$$=\frac{(1+0.034)^3}{(1+0.0385)^2}-1=0.02505=\underline{2.505\%}$$