問題 No.19　異時点間の最適消費経路(1)

次の各問について答えなさい。

問１　現在と将来の二時点からなり、各時点に１種類の財のみがある不確実性のない経済を考える。この経済に、現在においてのみW（＞０）の所得を持つ消費者が、無リスク利子率の下、最適な消費経路を選んでいるとする。いま、利子率がｒからｒ'に下落したとする。このとき、他の条件を一定として、最適な消費経路の変化について起こり得ないものはどれですか。

A　現在の最適消費は増加し、将来の最適消費は減少する。
B　現在の最適消費は減少し、将来の最適消費は増加する。
C　現在の最適消費は変化せず、将来の最適消費が減少する。
D　現在の最適消費は変化せず、将来の最適消費は増加する。

問２　現在と将来の２時点からなり、各時点に１種類の財のみがある不確実性のない経済を考えます。この経済に、現在においてのみW（＞０）の所得を持ち、無リスク利子率ｒの下、最適な消費経路を選んでいる消費者がいるとします。いま、利子率がｒからｒ'に上昇したとするなら、他の条件を一定として、予算制約の範囲で達成可能な将来消費の最大量と、最適貯蓄はどのように変化しますか。ただし、代替効果が支配的だとする。

A　可能な将来消費の最大量は増加し、最適貯蓄も増加する。
B　可能な将来消費の最大量は増加し、最適貯蓄は減少する。
C　可能な将来消費の最大量は減少し、最適貯蓄は増加する。
D　可能な将来消費の最大量は減少し、最適貯蓄も減少する。

問題 No.19　【解答及び解説】

（答）：問１　**D**　　問２　**A**

《解　説》

問１　現在においてのみ所得水準がW（＞０）である場合、この所得Wを今期の消費C_0と将来の消費C_1に分けて最適消費計画を達するには、将来の消費C_1の現在価値（相対価格）は今期の貯蓄S_0になる。このC_0とS_0が等しい消費の組み合わせが最適消費計画となる。

$$W_0 = C_0 + \frac{C_1}{(1+r)} = C_0 + S_0$$

よって、利子率ｒが下落した場合、将来消費C_1の現在価値（相対価格）は上昇する。この時、代替効果により最適消費計画は将来消費を減少させ、今期の消費を増加させることになる。

Ａ：　本肢は正しい。

Ｂ：　W_0が一定であるから、効用関数の形状によっては、利子率の低下によっても現在消費の代替効果より所得効果の方が大きければ、今期の消費を減少させ、将来消費を増加させる可能性がある。本肢は正しい。

Ｃ：　現在の最適消費が変化しなければ、金利の低下より相対的に高くなった将来消費は減少する。本肢は正しい。

Ｄ：　（Ｃ）肢の説明より、**本肢は誤り。**

よって、本問の**正解肢は（Ｄ）**である。

問２Ａ：　利子率が上昇すると、将来消費の現在価値（相対価格）が下落する。そのため将来の消費量を相対的に増加させ、現在消費を減少させる（代替効果）。その結果、貯蓄は増加する。**本肢は正しい。**

問題 No.20　異時点間の最適消費経路⑵

次の各問について答えなさい。

問１　異時点間の消費決定に関する次の記述のうち、正しくないものはどれですか。

A　将来手に入る財貨の現在における価値を割引現在価値という。

B　利子率の上昇は、将来の１円の（現在の１円に対する）相対価格が上昇することを意味する。

C　現在財の初期保有量をe_0、現在財の最適な消費量をc_0^*とおくと、$e_0 - c_0^* < 0$なら最適な行動は貯蓄ではなく、借入である。

D　異時点間の消費に関する消費者の予算制約は、現在の消費支出と将来の消費支出の割引現在価値の合計が所得の割引現在価値の合計を超えないということである。

問２　消費者は２期間にわたる消費の最適化を行うとします。この消費者の効用関数は$U = C_1 C_2$（U：効用、C_1：第１期の消費、C_2：第２期の消費）であり、今期の所得は90万円、来期の所得は121万円、利子率は貯蓄・借入ともに10%とする。この時、今期の消費はいくらになりますか。

A　90　　**B**　95　　**C**　100　　**D**　105　　**E**　110

問題 No.20　【解答及び解説】

（答）：問１　**B**　　問２　**C**

《解　説》

問１Ａ：　本肢は正しい。

Ｂ：　利子率の上昇は、将来の１円の割引現在価値を減少させる。つまり、相対価格の下落を意味する。**本肢は誤り。**

Ｃ：　現在の財の初期保有量e_0より、現在の財の最適消費量C_0が多ければ、将来の所得を担保に借入れし、不足分を消費することになる。本肢は正しい。

Ｄ：　消費者の予算制約は、現在の消費支出C_0と将来の消費支出C_1の割引現在価値$PV(C_1)$の合計が、所得の割引現在価値Wを超えないことである。本肢は正しい。

$$W \geqq C_0 + C_1 / (1 + R_F) = C_0 + PV(C_1)$$

よって、本問の**正解肢は（B）**である。

問２　異時点間の消費計画は、各時点（今期$t = 0$、来期$t = 1$）ごとに次のように表される。

現在所得の現在価値合計（左辺）と現在消費の現在価値合計（右辺）は、予算制約条件より、下記式を満たすものとなる。

$$Y_0 + \frac{Y_1}{(1 + R_F)} = C_0 + \frac{C_1}{(1 + R_F)}$$

さらに、最適消費経路（C_0とC_1の組合せ）は、次式を満たすものとなる。

$$[Y_0 + Y_1 / (1 + R_F)] / 2 = C_0 = C_1 / (1 + R_F)$$

$$\therefore \quad C_0 = [Y_0 + Y_1 / (1 + R_F)] / 2$$

$$= [90 + 121 / (1 + 0.1)] / 2 = \underline{\mathbf{100}\text{万円}}$$

よって、本問の**正解肢は（C）**である。

問題 No.25　状態価格とリスク中立確率

次の各問に答えなさい。

今日から１年後の経済の状態について、２通りの状態（シナリオ）が考えられている。表は、２種の状態及び２種の資産に関して、今日の価格及び１年後の状態毎の価格を示している。各状態の確率とは、投資家が予想している１年後にその状態が生じる確率（状態生起確率）である。

図表1　（単位：円）

証　券	今日の価格	１年後の状態と証券価格	
		状態１	状態２
		確率：20%	確率：80%
資　産　A	80	60	105
無リスク資産	100	105	105

問１　資産Aのリスクプレミアムはいくらですか。

問２　状態価格とは、将来その状態が起きた時にのみ１円が支払われる証券に市場が付けた今の価格と考えられます。状態１の状態価格はいくらですか。

問３　状態２のリスク中立確率は、いくらですか。

問題 No.25　【解答及び解説】

（答）：問１　**15**%　　問２　**44.44**%　　問３　**0.5332**

《解　説》

問１⑴　先ず、投資収益率を計算する。

$$\frac{E(P_1)}{P_0}-1=\frac{\Sigma(p_i\cdot P_i)}{P_0}-1$$
$$=\frac{(0.2\times60)+(0.8\times105)}{80}-1$$
$$=0.20=20\%$$

（注）　将来の期待価値額$E(P_1)$は、将来の価格にその価格が生起する生起確率p_iを乗じた総和である。

$$E(P_i)=\Sigma(p_i\cdot P_i)$$

⑵　リスクフリー資産のリターンの計算

$$\frac{E(P_1)}{P_0}-1=\frac{(0.2\times105)+(0.8\times105)}{100}-1=0.05=5\%$$

⑶　リスク・プレミアム＝(リスク資産の投資収益率)－(無リスク利子率)

$$=R_A-R_F=20-5=\underline{\mathbf{15\%}}$$

問２　状態価格は、次の連立方程式より求める。状態１の状態価格をχ、状態２の状態価格をｙとする。

$$\begin{cases} 80=\chi\cdot60+y\cdot105 & \text{①式} \\ 100=\chi\cdot105+y\cdot105 & \text{②式} \end{cases}$$

①式から②式を引き、χを求める。

$$80-100=(60-105)\chi$$

$$\therefore\quad \chi=\frac{80-100}{60-105}=\frac{-20}{-45}=\underline{0.4444}$$

次に、χ＝0.4444を①式に代入して、ｙを求める。

$$80=0.4444\cdot60+y\cdot105$$

$$y=\frac{80-0.4444\cdot60}{105}=\underline{0.50793}$$

よって、**χ＝0.4444**、ｙ＝0.5079　となる。

問３　各状態のリスク中立確率は、各状態の状態価格に(１＋無リスク利子率)を乗じて求める。

①　状態２のリスク中立確率＝0.5079・（１＋0.05）＝**0.5332** --------(答)

②　状態１のリスク中立確率＝0.4444・（１＋0.05）＝0.4666

1.0000