

この100万円と50万円の期待資産額  $E[x]$  は、期待効用  $E[U(x)]$  の計算と同様に計算される。

$$E[x] = \sum p_i \cdot x_i$$

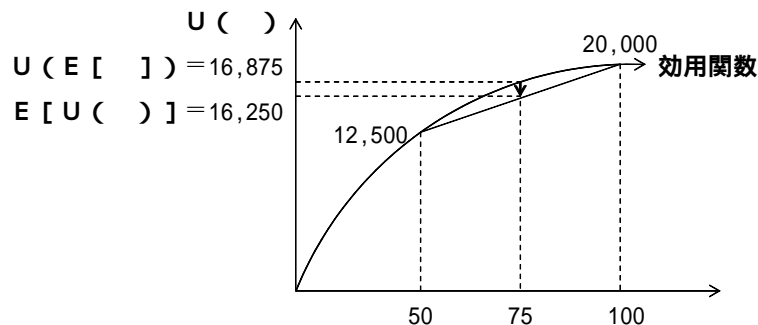
期待資産額 =  $\sum$  (生起確率  $\times$  その下での資産価値)

$$E[x] = (1/2 \cdot 100) + (1/2 \cdot 50) = 75$$

以上から、確実な資産75万円から得られる効用  $U(E[x])$  は16,875、不確実な資産の期待資産価値75万円から得られる期待効用  $E[U(x)]$  は16,250であり、確実な資産価値75万円の効用の方が大きい。

つまり、同じ期待資産価値を生み出すものであっても、確実に得られる資産価値の効用  $U(E[x])$  の方が不確実な資産価値の期待効用  $E[U(x)]$  よりも大きい。

【確実な効用  $U(E[x])$  と期待効用  $E[U(x)]$ 】



この効用関数は、次の2つの性質を満たす。

- (a) 資産価値（貨幣額）が大きければ大きいほど、効用が大きい。
- (b) 保有する資産価値（貨幣額）が大きくなればなるほど、追加的に得られる1円当たりの効用（限界効用）の増加分は小さくなる。これを限界効用逓減の法則という。

上記の(b)の性質を満たすものであれば、この投資家をリスク回避者といい、この効用関数は、（下に見て）凹型の形状（凹関数という）になる。

## 2. 効用関数とリスク回避

### (1) リスク回避型の効用関数

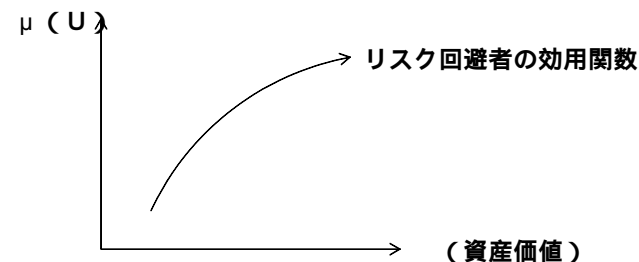
下に凹型の効用関数をもつ投資家をリスク回避的（者）という。

なお、

$$\begin{cases} \textcircled{1} & U(E[x]) = \text{同じ期待値をもつ確実な資産価値の効用という} \\ \textcircled{2} & E[U(x)] = \text{不確実な資産価値の期待効用という} \end{cases}$$

下に凹関数の条件：リスク回避的投資家

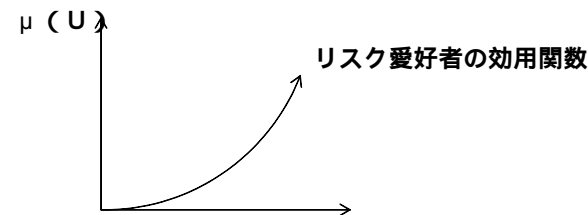
$$\Rightarrow U(E[x]) > E[U(x)]$$



### (2) リスク愛好型の効用関数

リスク愛好的な投資家は、資産価値が増加するほどにどん欲にお金を求めるので、効用はより以上に逓増する。

よって、下の凸型の効用関数となる。

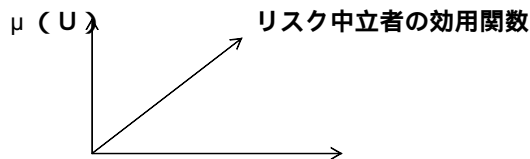


下に凸関数の条件：リスク愛好的投資家

$$\Rightarrow U(E[x]) < E[U(x)]$$

(3) リスク中立型の効用関数

リスク中立的な投資家はリスクを無視するので、資産価値が増加しても効用の増加は逓減も逓増もせず、直線的に増加する。



効用関数は直線：リスク中立的投資家  
 $\Rightarrow U(E[x]) = E[U(x)]$

以上をまとめると、次のとおりである。

- ① リスク回避的な投資家ほど、確実な投資計画の方を同じ期待値を持つ不確実な投資計画より好むので、不確実な投資計画に要求するリスクプレミアムは大きくなる。
- ② リスク愛好的な投資家は、確実な投資計画の効用よりも不確実な投資計画の効用が大きいため、要求するリスク・プレミアムは小さくなる。負であっても良い。
- ③ リスク中立的な投資家の場合、「確実な投資計画の効用」と「同じ期待値を持つ不確実な投資計画の効用」は同じ（無差別）なので、リスク・プレミアムはゼロとなる。

投資家	効用の大小	リスクプレミアム	関数の形状
リスク回避者	$U[E(x)] > E[U(x)]$	正	凹関数
リスク愛好者	$U[E(x)] < E[U(x)]$	負	凸関数
リスク中立者	$U[E(x)] = E[U(x)]$	ゼロ	直線

3. 確実性等価額とリスク・ディスカウント額

(1) 確実性等価額

確実性等価額とは、「確実な資産価値の効用（左辺）」と「不確実な資産の期待効用（右辺）」とが等しくなる資産価値額  $\bar{x}$  をいう。

$$U(\bar{x}) = E[U(x)]$$

$$U[E(x)] = E[U(x)]$$

「確実な資産価値」の効用 = 「不確実な資産」の期待効用

(2) 不確実な資産価値の期待効用（右辺）

もし仮に、将来の株価が確率 1/2 で 100 万円得られ、確率 1/2 で 50 万円が得られるとする。この不確実な資産価値の期待効用  $E[U(x)]$  は 16,250 と計算された。

この時、リスク回避的な投資家の効用関数から、16,250 という効用をもたらす資産価値額が確実性等価額  $\bar{x}$  という。

$$E[U(x)] = U(\bar{x})$$

$$\therefore E[U(x)] = 16,250 = U(\bar{x})$$

$$U(\bar{x}) = 300 \cdot \bar{x} - (\bar{x})^2 = 16,250$$

この確実性等価額  $\bar{x}$  は、2 次方程式の解の公式を利用して求めることができる。

$$(\bar{x})^2 - 300 \cdot \bar{x} + 16,250 = 0$$

$$\bar{x} = \frac{(-)(-300) - \sqrt{(-300)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16,250}}{2 \cdot 1} = 70.94 \text{ 万円}$$

(注) 効用関数が下に凹型（ネガティブ）になっているので、ルートの符号は（マイナス）になる。

(3) リスク・ディスカウント額

不確実性の下における資産（株価）の期待値  $E(x)$  と確実性の下における確実性等価額  $\bar{x}$  との差額をリスク・ディスカウント額という。

$$\begin{aligned} \text{リスク・ディスカウント額} &= E(x) - \bar{x} \\ &= 75 \text{ 万円} - 70.94 \text{ 万円} = 4.06 \text{ 万円} \end{aligned}$$